



روش عام تحلیل بیماری های واگیر دار

عبدالرسول رنجبران^{۱*}، محمد رنجبران^۲، فاطمه رنجبران^۳

۱- دانشیار مهندسی عمران، دانشگاه شیراز

۲- دکترای مهندسی شیمی از دانشگاه شریف

۳- دانشجوی مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز

* ranjbarn@shirazu.ac.ir; mranjbaran24@gmail.com; narvan.m31@gmail.com

ارسال: اسفند ۹۷ پذیرش: فروردین ۹۸

چکیده

هر پدیده در جهان هستی، از جمله ابتلاء، و بهبودی از بیماری های واگیر دار، تغییر حالت یک دستگاه (بدن)، از وضعیت مبداء به وضعیت مقصد، را نشان می دهد. روش های مرسوم در بررسی تغییر حالت، به دو دسته، سخت و نرم تقسیم می شوند. در دسته اول روند از مقدار معین سختی شروع و در طول تغییر حالت به سمت صفر می رود. کاهش سختی در مرحله ای از روند تغییر باعث ورود خطا، بی اعتمادی و در نتیجه شکست بررسی می گردد. در روش نرم، روند با مقدار معین نرمی شروع و در روند تغییر حالت اضافه شده و بزودی بسیار بزرگ شده، و باعث شکست کار می شود. به این ترتیب همه روش های مرسوم، در مرحله ای از روند با خطا همراه شده و در نتیجه محدودیت دارند. فلسفه تغییر حالت (فتح)، طوری طراحی شده که تغییر حالت را به صورتی ساده و دقیق، به کمک توابع پدیده که با استفاده از استدلال منطقی و منطبق ریاضی تولید شده، تامین می کند. گسترش فتح طوری طراحی شده که در تمام طول تغییر دارای دقت یکسان است. هدف نویسندگان در این مقاله، ارائه مبانی فتح، صحت سنجی، و کار برد آن در تحلیل بیماری های واگیر دار می باشد.

کلید واژه: فلسفه تغییر حالت، روش سخت، روش نرم، توابع حالت، توابع پدیده، بیماری های واگیر دار.

۱- مقدمه

هر پدیده در جهان هستی تغییر حالت یک دستگاه از وضعیت مبداء به وضعیت مقصد را نشان می دهد. مثلاً ابتلا به بیماری، تغییر حالت بدن از وضعیت سالم به وضعیت بیماری است. سالم شدن بیمار، و یا مرگ او نوع دیگری از تغییر حالت اند. روش های مرسوم در بررسی تغییر حالت، به دو دسته، سخت و نرم تقسیم می شوند. در دسته اول روند از مقدار معین سختی شروع و در طول تغییر حالت سختی به سمت صفر می رود. کاهش سختی در مرحله ای از روند تغییر باعث ورود خطا، بی اعتمادی و در نتیجه شکست بررسی می گردد. در روش نرم، روند با مقدار معین نرمی شروع و در روند تغییر حالت نرمی اضافه و بزودی بسیار بزرگ شده، و باعث شکست کار می شود. از

جمله مشکلات دیگر روش های مرسوم، خطایی است که از طریق فرض های اولیه، تشکیل معادلات حاکم، و روش های حل آن معادلات وارد کار می شود. به این ترتیب همه روش های مرسوم، در مرحله ای از روند با خطا همراه شده و در نتیجه محدودیت دارند. همین خطاها باعث شده که تحلیل بیماری های واگیر دار علی الرغم بیش از یک قرن سابقه تحقیق و پژوهش [۱]، هنوز تثبیت نشده و از جمله عناوین داغ پژوهشی به حساب می آید [۱-۲۰]. پژوهش های ممتد نویسندگان و همکاران پژوهشی آن ها در دو دهه گذشته، منجر به نگاهی نو در روند علمی گردید و در قالب فلسفه تغییر حالت (فتح) گنجانده شد. فتح طوری طراحی شده که در تمام طول تغییر دارای دقت یکسان است. فتح همه حسن های روش های سنتی را داراست و در عین حال عیب های آن روش ها در آن جایی ندارند. هدف نویسندگان در این مقاله ارائه مبانی فتح، صحت سنجی و کار برد آن در تحلیل بیماری های واگیر دار می باشد.

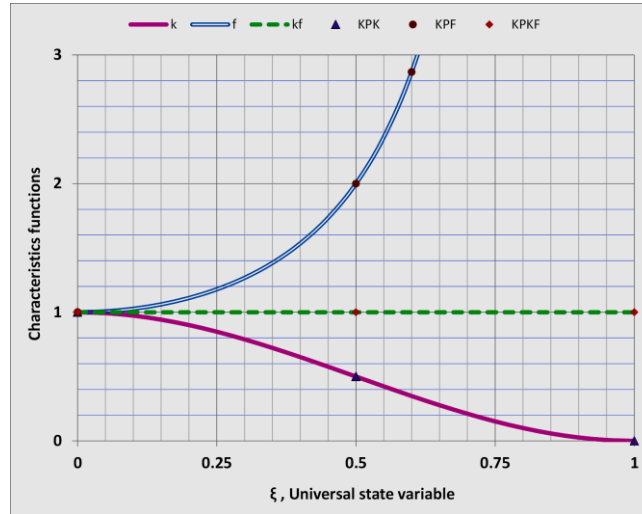
پژوهش های نویسنده مسئول و همکاران پژوهشی وی در دوده گذشته منجر به توکد نگاهی نو به مبانی بنیادی دانش، تحت عنوان فلسفه تغییر حالت (فتح) شد، که در آن پدیده به صورت تغییر حالت از وضعیت مبداء به وضعیت مقصد منظور می گردد [۱۶-۲۸]. با استفاده از استدلال منطقی و منطبق ریاضی مبانی فتح تهیه و راست آزمایی گردید و بر مبنای آن روش عام تحلیل بیماری های واگیر دار، به عنوان جانشین همه روش های تحلیل بیماری های واگیر در فرهنگ علمی معرفی می گردد.

در این مقاله پس از معرفی فتح و مرور بر تحقیقات زمینه در بخش اول در بخش های بعد ابتدا به گسترش مبانی، معادلات و توابع پرداخته شده و سپس، ارتباط بین فتح و روش تحلیل بیماری های واگیر تدوین می گردد. راست آزمایی از طریق مقایسه نتایج با کار دیگران انجام شده و بحث و نتیجه گیری به دنبال خواهد آمد. فهرست منابع مورد استفاده بخش پایانی مقاله را تشکیل می دهد.

۲- مبانی منطقی و ریاضی فلسفه تغییر حالت

هر پدیده گذر یک دستگاه از وضعیت مبداء به وضعیت مقصد است. همه علم بشری چیزی جز هموار کردن مسیر و هدایت در راستای مسیر گذر نیست. در روش علمی مرسوم کار با انجام فرض های ساده کننده، تشکیل معادلات، و حل آن ها صورت می گیرد. هر یک از این سه مرحله، به علت عدم شناخت دقیق پدیده، عدم قطعیت هایی را وارد کار می کنند. روش های مرسوم علم بشری، به دو دسته سخت و نرم نیز تقسیم می شوند. در روش سخت تغییر حالت دستگاه با مقدار معینی سختی شروع شده، که به تدریج در طول روند تغییر حالت کاهش می یابد و در انتهای پدیده به صفر میل می کند. کوچک شدن سختی از حد معین خود باعث ورود خطا، و عدم قطعیت در نتایج شده، و اعتماد به نتایج را پایین می آورد. به طریق مشابه در روش نرم، پدیده با نرمی معین آغاز می شود. در طول مسیر تغییر حالت به تدریج نرمی اضافه شده، و به سمت بینهایت میل می کند. بزرگ شدن نرمی نیز باعث کاهش دقت و شکست روند پدیده می شود. دقت زیاد در پدیده های طبیعی، و مطالعه پیوسته و طولانی در زمینه شکست سازه ها نویسندگان حاضر و همکاران پژوهشی آن ها را به کشف و تدوین نگاهی نو به علم، تحت عنوان فلسفه تغییر حالت (فتح) نمود. در گسترش مبانی فتح، در هر مرحله از پدیده حاصل ضرب سختی در نرمی (وارونه سختی) دستگاه برابر یک قرار داده می شود. به این ترتیب هیچگاه کمیت های دخیل، زیاد بزرگ و یا زیاد کوچک نشده و در بین صفر و یک باقی می ماند. این شیوه کار باعث می شود که خطاهای موجود در روش های مرسوم در فتح موجود نباشد. مبانی ریاضی و منطقی فتح در این بخش تشریح می گردد. هر دستگاه با شناسه ای رفتاری به نام سختی شناخته می شود، که در مبداء دارای مقدار محدود k_S و در مقصد برابر صفر است. در هر مرحله از پدیده، سختی دستگاه به اندازه سختی تغییر حالت k_C کم می شود. معکوس سختی دستگاه نرمی نامیده شده، که در مبداء دارای مقدار محدود f_S و در مقصد بینهایت است. در هر مرحله از پدیده، به اندازه نرمی تغییر حالت c_S به نرمی دستگاه افزوده می گردد. رابطه بین نرمی و سختی، در هر مرحله از تغییر حالت، در معادله (۱) و همچنین در شکل ۱ نشان داده شده است.

$$(k_S - k_C)(f_S + c_S) = 1 \quad (1)$$



شکل ۱- مبنای منطقی فلسفه تغییر حالت

سختی تغییر و سختی دستگاه تغییر یافته $k_{CS} = k_S - k_C$ در معادله (۲)، با حل معادله (۱) برای k_C برحسب عوامل دیگر، بدست آمده است.

$$k_{CS} = S_R k_S \quad k_C = F_R k_S \quad (2)$$

که در آن F_R تابع تخریب، و S_R تابع پایا است که در معادله (۳) تعریف شده اند. مجموعه دو تابع، توابع پدیده نامیده شدند.

$$S_R = \frac{f_S}{f_S + c_S} \quad F_R = \frac{c_S}{f_S + c_S} \quad (3)$$

نرمی دستگاه بر حسب مقدار بی بعد f_N و مقدار بعد دار F_S ، و نرمی تغییر بر حسب مقدار بی بعد c_N و مقدار بعد دار F_S در معادله (۴) آمده است. با جا گذاری معادله (۴) در معادله (۳) توابع پدیده به صورت بی بعد مندرج در معادله (۵) در می آید:

$$f_S = f_N F_S \quad c_S = c_N F_S \quad (4)$$

$$S_R = \frac{f_N}{f_N + c_N} \quad F_R = \frac{c_N}{f_N + c_N} \quad (5)$$

به منظور توسعه بعدی، توابع پدیده به صورت زیر برای مقدار $f_N = 1$ خیاطی و با اسم توابع حالت نامگذاری شده اند. تابع پایا به تابع مبدا O ، تابع تخریب به تابع مقصد D و تابع نرمی تغییر به نسبت حالت R تبدیل شده اند. حاصل در معادله (۶) نمایش داده شده است.

$$O = \frac{1}{1+R} \quad D = \frac{R}{1+R} \quad (6)$$

با توجه به تعریف توابع حالت، حدود تغییرات آن ها در معادله (۷) نشان داده شده است.

$$R \in [0 \quad \infty] \quad O \in [1 \quad 0] \quad O \in [0 \quad 1] \quad (7)$$

شاخص تغییر که در مبدا صفر و در مقصد یک تعریف شده است، با متغیر حالت $\xi \in [0 \quad 1]$ ، نشان داده شده است. در نتیجه توابع حالت به صورت توابعی از متغیر حالت با مقادیر مرزی، و به صورت معادله (۸) در می آید، که در آن \max علامت بیشینه و \min

علامت کمینه است. بدنبال مطالعه و بررسی ممتد، توابع مناسب به صورت معادله (۹) حاصل شده است. توجه داشته باشید که این توابع متوسط یک تابع به صورت چند جمله ای و یک تابع به صورت مثلثاتی است.

$$O = \begin{cases} \max = 1 & @ \xi = 0 \\ \min = 0 & @ \xi = 1 \end{cases} \quad D = \begin{cases} \min = 0 & @ \xi = 0 \\ \max = 1 & @ \xi = 1 \end{cases} \quad (8)$$

$$O = 0.25(3 - 6\xi^2 + 4\xi^3 + \cos \pi\xi) \quad (9)$$

$$D = 0.25(1 + 6\xi^2 - 4\xi^3 - \cos \pi\xi)$$

سختی دستگاه بر حسب مقدار بی بعد k_N و مقدار بعد دار K_S ، و مقدار سختی تغییر بر حسب مقدار بی بعد c_N و مقدار بعد دار K_S تعریف و در معادله (۱۰) درج شده است. کشف روابط مندرج در معادلات (۱۰) و (۱۱)، به دنبال پژوهش های ممتد و طولانی، برای اولین بار توسط نویسندگان و همکاران پژوهشی آن ها انجام شده، و نقش مهمی در گسترش فتح دارند. نسبت سختی تغییر به سختی دستگاه، با توجه به تعریف، برابر نسبت حالت قرار داده و در نتیجه نرمی تغییر به صورت مضربی از نسبت حالت تعریف و در معادله (۱۱) نشان داده شده است.

$$k_S = k_N K_S \quad k_C = c_N K_S \quad (10)$$

$$k_C/k_S = c_N/k_N \quad c_N = k_N R \quad (11)$$

با جاگذاری معادله (۱۱) در معادله (۵)، شکل عمومی توابع پدیده به صورت معادله (۱۲) حاصل می گردد.

$$S_R = \frac{O}{O + k_N^2 D} \quad F_R = \frac{k_N^2 D}{O + k_N^2 D} \quad (12)$$

نظر به این که ضریب k_N فقط برای دستگاه های خاص قابل محاسبه است، لذا توابع پدیده همراه با مشتق آن ها نسبت به متغیر حالت، با نام تابع چگالی f_R ، به صورت عام در معادله (۱۳) نشان داده می شود که در آن ضرایب a_M و b ضرایب هادی هستند، که با استفاده از داده های معتبر و به طریقی که در بخش های بعد توضیح داده می شود، تعیین می گردند.

$$S_R = \frac{O^b}{O^b + a_M D^b} \quad F_R = \frac{a_M D^b}{O^b + a_M D^b} \quad f_R = \frac{b D^{(1)} S_R F_R}{O D} \quad (13)$$

تا این مرحله مبانی بنیادین فتح بر مبنای منطقی، منطبق ریاضی و بدون فرض خاص تولید شد. در بخش بعد از این مبانی استفاده شده، و فتح برای بررسی پدیده های خاص خیاطی می شود.

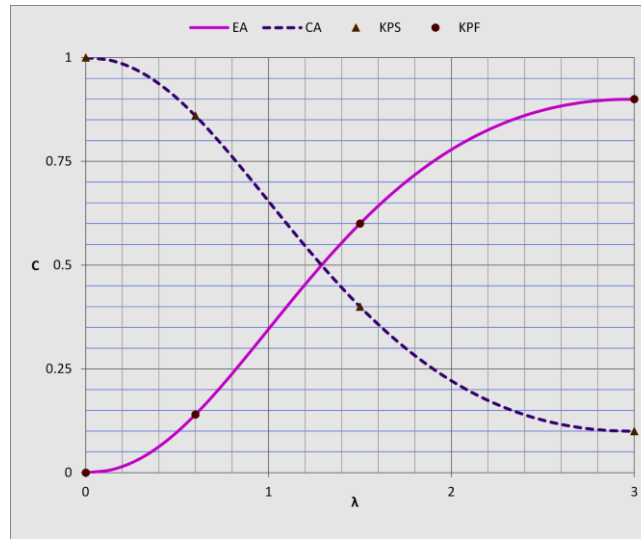
۳- منحنی فارسی

احتمالا با منحنی فرانسوی، که برای ترسیم شکل هایی تولید شده که رسم آن ها به کمک وسایل مرسوم ممکن نیست، آشنا هستید. دقت در گسترش مبانی فتح نشان می دهد، که این می تواند همان نقش منحنی فرانسوی را، منتها در تحلیل پدیده ها، خصوصا آن پدیده های که اغلب با روش های سنتی دارای عدم قطعیت قابل توجه اند، در دنیای علم داشته باشد. با توجه به این که عمده گسترش فتح در خطه فارس انجام شده نام "منحنی فارسی" برای آن انتخاب شد. مبانی فتح به نحوی که در این بخش شرح داده می شود به صورتی زیبا در قالب سه معادله تجمیع و با نام منحنی فارسی نام گذاری شده است.

نتایج بررسی پدیده ها در شاخه های مختلف علم (علمی)، مثل شکل ۲، به صورت منحنی های دارای دو محور نشان داده می شود، که محور قائم نمایش دهنده رفتار پدیده، که همیشه بین صفر و یک قابل تنظیم است، و محور افقی متغیر شناسه دستگاه، مؤثر در تغییر حالت، است که معمولا محدودیت ندارد. برای این که بتوان از تولیدات فتح مستقیما استفاده کرد، کافی است که محور افقی فتح نیز با

محور افقی پدیده تنظیم شود. این کار با انتخاب نقاط کلیدی از روی رفتار پدیده و تنظیم متغیر های هادی فتح به طوری که توابع فتح از آن نقاط بگذرد انجام می شود. به منظور انطباق محور افقی فتح با محور افقی علمی، نقطه انتهایی $T(\lambda_T, E_T)$ و نقطه ابتدا $O(\lambda_O, 0)$ ، برای شناسه انتخاب و به عنوان مقصد و مبداء فتح منظور می شود. معادله (۱۴) این هماهنگی را نشان می دهد.

$$\xi = (\lambda - \lambda_O) / (\lambda_T - \lambda_O) \quad (14)$$



شکل ۲- منحنی ظرفیت ستون فولادی در آیین نامه آمریکا

حال اگر علاوه بر نقطه انتها $T(\lambda_T, E_T)$ و نقطه ابتدا $O(\lambda_O, 0)$ ، یک نقطه در وسط $M(0.5(\lambda_T - \lambda_O), E_M)$ و یک نقطه میانی بین سه نقطه پیشین $N(\lambda_N, E_N)$ ، به عنوان نقاط کلیدی، انتخاب شود، محور قائم فتح E_R نظیر علمی، که از نقاط کلیدی می گذرد، در معادله (۱۵) نشان داده شده است، که در آن متغیر های هادی در معادله (۱۶) محاسبه شده اند. سادگی محاسبات از ویژگی های فتح است.

$$E_R = \frac{E_T a_M D^b}{O^b + a_M D^b} \quad f_R = \frac{b D^{(1)} S_R F_R}{OD} \quad C_R = 1 - E_R \quad (15)$$

$$a_M = \frac{E_M}{E_T - E_M} \quad a_N = \frac{E_N}{E_T - E_N} \quad b = \frac{\text{Log}(a_N / a_M)}{\text{Log}(D(\xi_N) / O(\xi_N))} \quad (16)$$

در این معادله C_R ظرفیت باقیمانده، و f_R تابع چگالی توزیع و هر سه باهم منحنی فارسی نام گرفته اند. در این جا گسترش و تکمیل مبانی فتح، و ساخت منحنی فارسی به پایان می رسد. زندگی علمی نویسنده مسؤل در شهر های فسا، شیراز، و زاهدان، از شهر های ایران، ساخته شده، و در نتیجه ظرفیت باقیمانده به نام شیراز $P_S = C_R$ ، ظرفیت از دست رفته به نام فسا $P_F = E_R$ ، و تابع چگالی به نام زاهدان $P_Z = f_R$ ، نامگذاری شده است. در بخش بعد کاربرد منحنی فارسی در تحلیل بیماری های واگیر دار به نمایش گذاشته می شود. رابطه بین توابع، به منظور استفاده بهتر در بخش های بعد، در معادله (۱۷) گنجانده شده است.

$$\frac{dP_S}{d\xi} = -P_Z \quad P_Z = \frac{b D^{(1)} S_R F_R}{OD} \quad \frac{dP_F}{d\xi} = +P_Z \quad (17)$$

۴- تحلیل عام بیماری های واگیر

تحلیل بیماری های واگیر، در فرهنگ علمی، با روش مستعد-آلوده-بهبود یافته (مآب) انجام می شود. کلمه مآب به جای کلمه انگلیسی *SIR*، انتخاب شده است که در آن *S* بجای *Susceptible*، *I* بجای *Infected* و *R* بجای *Removed* بکار رفته است. در طول بیش از صد سال گذشته روش های مختلفی برای مآب ارائه شده است [۱-۱۸]. نمونه ای از معادلات حاکم بر روش مآب که از پایان نامه ارشد چونگ (۲۰۱۰) [۵] انتخاب شده در معادله (۱۸) نشان داده شده است.

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t)I(t) \quad \frac{dI(t)}{dt} = I(t)(\beta S(t) - \gamma) \quad \frac{dR(t)}{dt} = +\gamma I(t) \quad (18)$$

در معادله (۱۸)، β میزان ابتلا، γ میزان بهبودی، $S(t)$ تعداد افراد مستعد بیماری، $I(t)$ تعداد افراد آلوده شده به بیماری، $R(t)$ تعداد افراد حذف شده (از طریق بهبودی یا مرگ)، و t زمان می باشد. برای آشنایی با روش های مختلف مآب و نحوه حل معادلات حاکم می توان به فرهنگ علمی مراجعه نمود.

مقایسه معادله (۱۷) و (۱۸)، وجود شباهت فوق العاده ای بین آن ها را نشان می دهد. این شباهت قابل پیش بینی بود، چرا که فتح تغییر پدیده طبیعی را نشان می دهد، و بیماری واگیر یک پدیده طبیعی برای دستگاه بدن است. همین شباهت بود که ارتباط بین زمینه کار نویسندگان، که مهندسی مرسوم است، با روش تحلیل مآب، که نوعی مهندسی پزشکی است، برقرار کرد. کشف این شباهت فتح را به عنوان روشی دقیق و آسان به جای همه روش های مآب در فرهنگ علمی پیشنهاد می کند. مقایسه روش پیشنهادی با روش های مآب در زیر درج شده است.

اشرافور رحمان [۱۳] در قالب رساله دکتری خود، پخش، ماندگاری، و جلوگیری از بیماری های واگیر دار، را به کمک روش های ریاضی مورد بررسی قرار داده است. وی برای نمایش کار خود، داده هایی مربوط به شیوع بیماری ایدز در آفریقای جنوبی را از داده های بانک جهانی [۹] انتخاب کرد. داده ها که میزان در صد ابتلای افراد بین سنین ۱۵ الی ۴۹ سال، بین سال های ۱۹۹۰ تا ۲۰۱۲ میلادی را نشان می دهند، در جدول ۱ نشان داده شده است. وی با استفاده از روش های مآب مرسوم، داده ها را تحلیل کرده است. در این جا نتیجه کارش با علامت *PA* نشان داده می شود. داده های بین سال های ۱۹۹۰ تا ۲۰۰۸ به صورت بی بعد تنظیم و با علامت *PW* در جدول ۱ درج شده است. به منظور استفاده در فتح، از داده های جدول نقاط کلیدی *KP* مطابق معادله (۱۹) انتخاب شدند. با استفاده از نقاط کلیدی متغیر های هادی و معادله منحنی فارسی (فسا) *PF*، محاسبه و در معادله (۲۰) نشان داده شده اند.

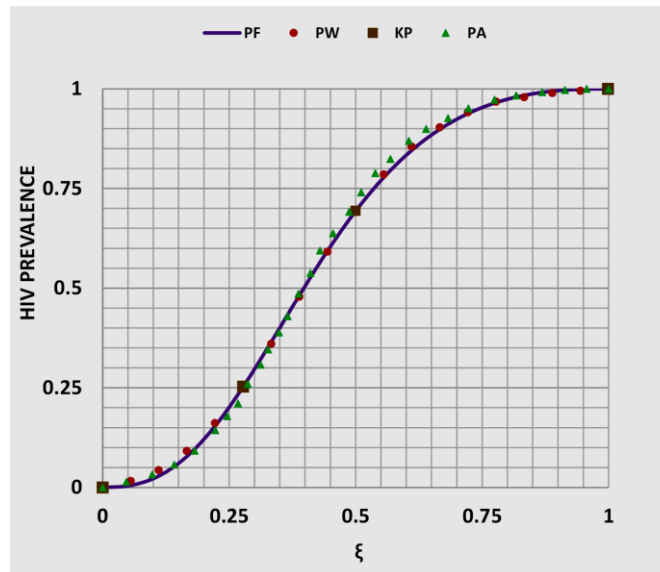
$$O(0 \ 0) \ N(0.278 \ 0.253) \ M(0.50 \ 0.694) \ T(1.0 \ 1.0) \quad (19)$$

$$a_M = 2.263 \quad b = 1.274 \quad PF = 2.263D^{1.274} / (O^{1.274} + 2.263D^{1.274}) \quad (20)$$

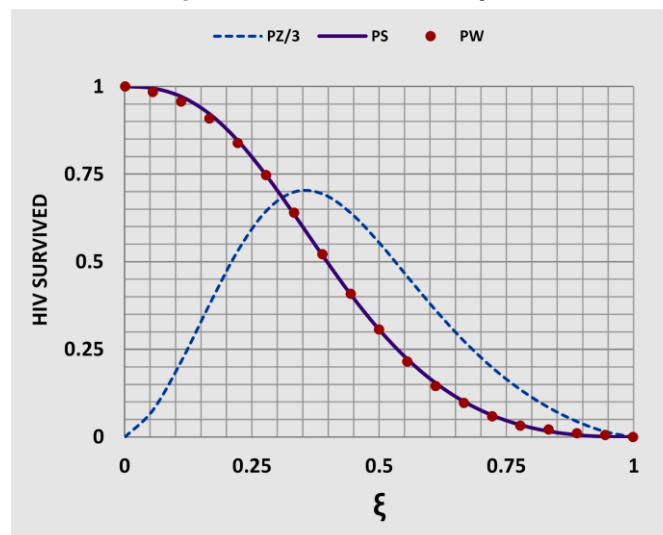
جدول ۱ - درصد پخش بیماری ایدز در آفریقای جنوبی

Set 1					Set 2				
No.	Year	Prev	ξ	PW	No.	Year	Prev	ξ	PW
1	1990	0.3	0.000	0.000	11	2000	14.9	0.556	0.785
2	1991	0.6	0.055	0.016	12	2001	16.2	0.611	0.855
3	1992	1.1	0.111	0.043	13	2002	17.1	0.667	0.903
4	1993	2.0	0.167	0.091	14	2003	17.8	0.722	0.941
5	1994	3.3	0.222	0.161	15	2004	18.3	0.778	0.968
6	1995	5.0	0.278	0.253	16	2005	18.5	0.833	0.979
7	1996	7.0	0.333	0.360	17	2006	19.7	0.889	0.989
8	1997	9.2	0.389	0.478	18	2007	18.8	0.944	0.995
9	1998	11.3	0.444	0.591	19	2008	18.9	0.999	1.000
10	1999	13.2	0.500	0.694	20	-	-	-	-

در شکل ۳ نتایج فتح PF ، اشرافور PA ، و داده ها PW با هم مقایسه شده اند. همخوانی بسیار عالی نتایج ضمن تایید مبانی فتح، تایید خوبی برای جانشینی فتح به جای همه روش های مآب است. با داشتن نتایج فتح در معادله (۲۰) آمار افرادی که از بیماری مصون مانده اند، همراه با منحنی چگالی توزیع در شکل ۴ ارائه شده است.



شکل ۳- پخش بیماری ایدز در آفریقای جنوبی



شکل ۴- آمار مصون مانده ها از ایدز و توزیع آن ها

۵- نتیجه گیری

نتایج حاصل از این پژوهش به شرح زیر خلاصه می شود.

هر پدیده از جمله ابتلاء و بهبودی از بیماری های واگیر به صورت تغییر حالت یک دستگاه (بدن) از مبداء به مقصد در نظر گرفته می شود. بر پایه استدلال منطقی و منطق ریاضی، توابع حالت و توابع پدیده تولید شدند و برای کار بری در مورد تغییر حالت پدیده های خاص در قالب منحنی فارسی گنجانده شدند. در این مقاله منحنی های فارسی در محاسبه بررسی ابتلاء و بهبودی بیماری های واگیر به صورت جانشین مطمئن برای روش های مرسوم مآب مورد استفاده قرار گرفتند. مبانی و نتایج تحقیق از طریق مقایسه با کار دیگران مورد

تایید قرار گرفت. در نتیجه منحنی فارسی به عنوان جانشین ساده، دقیق و منطقی برای روش های تحلیل بیماری های واگیر دار مرسوم در فرهنگ علمی معرفی می شود.

۶- مراجع

1. Brauer F. (2017). Mathematical epidemiology: past, present, and future. *Infectious Disease Modelling* 2: 113-127.
2. Medlock J. P. (1999). *The effect of stochastic migration on an SIR model for the transmission of HIV*. MSc Thesis, Georgia Institute of Technology.
3. Wilson D. (2003). *The mathematical modeling of the cellular dynamics of human infections diseases*. PhD Dissertation, Queensland University of Technology.
4. Johnson L. R. (2006). *Mathematical modeling of Cholera: from bacterial life histories to human epidemics*. PhD Dissertation, University of California Santa Cruz.
5. Padma B. (2008). *Study of some mathematical models in population dynamics and epidemiology*. PhD Dissertation, Birla Institute of Technology and Science Pilani, Rajasthan.
6. Cheung S. Y. (2010). *Epidemiological modeling of HIV in populations with different sexual structures*. MSc Thesis, VU University Amsterdam.
7. Nemananzhe L. (2010). *A mathematical modeling of optimal vaccination strategies in epidemiology*. MSc Thesis, University of the Western Cape.
8. Salisbury A. (2011). *Mathematical models in population dynamics*. BA Thesis, New College of Florida.
9. Thomas R. (2011). *Knowledge aware and culturally sensitive SIR models for infectious disease spread*. MSc Thesis, University of Windsor, Canada.
10. The World Bank (2013) <http://data.worldbank.org/indicator/SH.DYN.AIDS.ZS>. page=2. Accessed July 20.
11. Knipf D. H. (2014). *Transmission dynamics of infectious diseases on transportation networks*. PhD Dissertation, University of Szeged, Bolyai Institute, Hungary.
12. Okrinya A. B. (2014). *Mathematical modeling of malaria transmission and pathogenesis*. PhD Dissertation, Loughborough University.
13. Mancy R. (2015). *Modeling persistence in spatially explicit ecological and epidemiological systems*. PhD Dissertation, University of Glasgow.
14. Ashrafur Rahman SM (2016). *Study of infectious diseases by mathematical models: predictions and controls*. Dissertation, University of Western Ontario.
15. Muglenga J., and Mubila L. (2016). Mathematical modeling of epidemiology of malaria: a case study of Luapula province of Zambia. *American Journal of Applied Mathematics*. 4(6): 289-295.
16. Malakhovskaia V. (2017). *Modeling approaches for epidemiological models*. BSc Thesis, Lappeenranta University of Technology, Finland.
17. Baez Sanchez A. D. (2018). A mathematical model for behavioral epidemiology: a numerical approach. *Proc. Series of the Brazilian Society of Computational Mathematics* 6(1): 1-7.
18. Karong'oi A. N. (2018). *Comparing different approaches of epidemiological modeling*. MSc Thesis, Lappeenranta University of Technology, Finland.

19. Newman M. J. (2018). Using mathematical biology to model a revolution. BSc Thesis, Wake Forest University.
20. Loprinzi C. L., Laurie J. A., Wieand H. S., Krook J. E., Novotny P. J., Kugler J. W., Bartel J., Law M., and Klatt N. E. (1994). Prospective evaluation of prognostic variables from patient completed questionnaires. *Journal of Clinical Oncology*, 12(3): 601-607.
21. Ranjbaran A (2006) ASOM applied to dynamic analysis. *Commun. Num. Meth. Engng.* 22(9), 967-974.
22. Ranjbaran A, Hashemi S, and Ghaffarian AR (2008) A new approach for buckling and vibration analysis of cracked column. *Int. J. Engng. Trans. A: Basics.* 21(3), 225-230.
23. Ranjbaran A, Rousta A. M. (2009) A step toward happy ending to free vibration analysis of cracked members. *NED Univ. J. Res.* 6(2), 113-122.
24. Ranjbaran A (2010) Analysis of cracked members the governing equations and exact solutions. *Iran. J. Sci. Engng., Trans. B: Engng.* 34(B4), 407-417.
25. Ranjbaran A, Shokrzadeh AR, and Khosravi S (2011) A new finite element analysis of free axial vibration of cracked bars. *International J. Num. Meth. Bio. Engng.* 27(10), 1611-1621.
26. Ranjbaran A, Rousta H, Ranjbaran MO, and Ranjbaran MA (2013a) Dynamic stability of cracked columns; the stiffness reduction method. *Sci. Iran.*, 20(1), 57-64.
27. Ranjbaran A, Rousta H, Ranjbaran MO, Ranjbaran MA, Hashemi M, Moravej MT (2013b) A necessary modification for the finite element analysis of cracked members detection, construction, and justification. *Arch. App. Mech.*, 83(7), 1087-1096.
28. Ranjbaran A, and Ranjbaran M (2014) New finite-element formulation for buckling analysis of cracked structures. *J. Engng. Mech., ASCE*, 140(5), 04014014(1-10).
29. Ranjbaran, A., Rousta, H., Ranjbaran, M.O., Ranjbaran, M.A., Hashemi, M., Moravej, M.T. (2013) A necessary modification for the finite element analysis of cracked members detection, construction, and justification. *Archive of Applied Mechanics*, 83(7), 1087-1096.
30. Ranjbaran, A., Rousta, H. (2013) Finite element analysis of cracked beams innovative weak form equations. *NED University Journal of Research* 10(1), 39-46.
31. Ranjbaran, A., Ranjbaran, M., Ranjbaran, F. (2019) State-base stability. *Journal of Science and Engineering Elites*, 1397; 3(6): 106-113. (in Persian).
32. Ranjbaran, A., Ranjbaran, M., Ranjbaran, F. (2019) A new look at the dynamic stability of structures. *Journal of Science and Engineering Elites*, 1397; 3(6): 114-121. (in Persian).