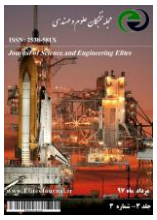
مجله نخبگان علوم و مهندسی
Journal of Science and Engineering Elites
جلد ۳- شماره ۳- سال ۱۳۹۷
www.ElitesJournal.ir



# تحلیل حساسیت پارامترهای معادله مانینگ کانالهای هیدرولیکی باز با استفاده از معادلات دیفرانسیل

میلاد ارجمند[1*]، فراز فرمانی خراجو[2]، مهدی رضائی[3]، رضا رضوی فر[4]، علیرضا کاظمی مطلق[5]

۱- باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد مراغه، دانشگاه آزاد اسلامی، مراغه، ایران
۲- دانشجوی کارشناسی عمران، واحد مراغه، دانشگاه آزاد اسلامی، مراغه، ایران
۳- دانشجوی کارشناسی ارشد ژئوتکنیک، واحد مراغه، دانشگاه آزاد اسلامی، مراغه، ایران
۴- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی سواحل، بنادر و سازه های دریایی، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران
۵- دانشجوی کارشناسی ارشد ژئوتکنیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

*Arjomand.civil@gmail.com

ارسال: اردیبهشت ۹۷ پذیرش: تیر ۹۷

## چکیده

هدف اصلی مقاله حاضر مطالعه ی پارامترهای تاثیر گذار بر معادله مانینگ در کانالهای هیدرولیکی باز می باشد.در این روش معادله مانینگ به کمک معادله دیفرانسیل بررسی شده است.با توجه به خشکسالی های چند سال اخیر،مدیریت بهینه منابع آب از اهمیت بالایی برخوردار می باشد،بدین جهت برآورد خوب دبی جریان آبهای سطحی از ارکان این مدیریت به شمار می آید. یکی از معادلات پرکاربرد در زمینه برآورد دبی جریان،معادله مانینگ است.بنابراین درک مولفه های این معادله از اهمیت به سزایی برخوردار می باشد.در این مطالعه داده های رودخانه الموترود استان قزوین مورد بررسی قرار گرفت و نتایج بدست آمده نشان دهنده آن است که معادله مانینگ بیشترین حساسیت را نسبت به ضریب زبری و کمترین حساسیت را نسبت به شیب دارد.

**کلمات کلیدی: مولفه های معادله مانینگ،ضریب زبری،تحلیل حساسیت،معادلات دیفرانسیل،الموترود.**

## ۱- مقدمه

خشکسالی های چند سال اخیر کشور را با یک بحران جدی تهدید می کند به همین منظور مدیریت و بهره برداری مناسب از آبهای سطحی که توزیع مکانی و زمانی نا همگونی دارد ،اهمیت پیدا می کند.به همین دلیل مهندسان آب برای محاسبه دبی جریان از یک معادله پر کاربرد بنام معادله مانینگ استفاده می کنند.از این رو مطالعات زیادی در این زمینه انجام شده است که به چند نمونه اشاره می شود:ارجمند و نجاری(۱۳۹۷) با بررسی ضریب زبری معادله مانینگ در کانالهای هیدرولیکی باز با استفاده از معادلات دیفرانسیل که رودخانه صوفی چای شهرستان مراغه را مورد بررسی قرار داده بودند به این نتیجه رسیدند که معادله

مانینگ بیشترین حساسیت را نسبت به ضریب زبری و کمترین حساسیت را نسبت به شیب دارد[۱]. یوسفی و بانژاد(۱۳۹۲) با مطالعه رود خانه الموت در استان قزوین به این نتیجه رسیدند که معادله مانینگ بیشترین حساسیت را نسبت به سطح مقطع و کمترین حساسیت را نسبت به شیب دارد[۲]. این معادله در سیستم آحاد متریک عبارت است از:

$$Q = \frac{1}{n} A R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} \quad (۱)$$

که در این معادله:

Q: دبی جریان

N: ضریب زبری

A: سطح مقطع

R: شعاع هیدرولیکی(نسبت سطح مقطع به محیط ترشده)

S:شیب طولی آبراهه.

در این معادله سطح مقطع،شعاع هیدرولیکی،شیب طولی پارامتر های هندسی هستند که با عملیات مساحی و نقشه برداری با دستگاه های به روز قابل اندازه گیری می باشند.در بین این پارامترها تنها ضریب زبری می باشد که به صورت چشمی و تجربی براساس دانه بندی مصالح بستر و... تعیین می شود، بنابراین احتمال به وجود آمدن خطا نیز بیشتر می شود. در ادامه به چند روش تجربی که براساس دانه بندی مصالح بسترضریب زبری را به کمک آنها تعیین می کنند اشاره شده است.این فرمولها عبارتند از:

فرمول استریکلر(۱۹۲۳) برای بستر ماسه ای با قطر ذرات یکنواخت :

$$n = \frac{d^{\frac{1}{6}}}{21} \quad (۲)$$

در معادله(۲) d قطر مصالح بستر بوده و بر حسب متر اندازه گیری می شود. فرمول میر- پیتر و مولر(۱۹۴۸) برای بستر ماسه ای با قطر ذرات غیر یکنواخت:

$$n = \frac{d_{90}^{\frac{1}{6}}}{26} \quad (۳)$$

در معادله (۳)، $d_{90}$ قطر مصالح بستر بوده و برحسب اینچ می باشد که ۹۰ درصد ذرات از آن ریزترند. فرمول لین و کارلسون (۱۹۵۳):

$$n = \frac{d_{75}^{\frac{1}{6}}}{39} \quad (۴)$$

در معادله (۴) $d_{75}$ قطر مصالح بستر بوده برحسب اینچ می باشد که ۷۵ درصد ذرات از آن ریزترند.

## ۲- مواد و روش

برای بررسی ضریب زبری معادله مانینگ از معادلات دیفرانسیل استفاده شده است که به شرح زیر می باشد:

اگر $s_1$ ، مقداربدست آمده از اندازه گیری متغیری بوده، در حالی که مقدار واقعی آن s باشد در این صورت بنا به تعریف $u_1 - u$ را خطای مطلق اندازه گیری می گویند. از طرفی $u_1 - u$ که همان خطای مطلق می باشد را با $\Delta u$ نشان می دهند.

طبق تعریف ، خطای نسبی را $\frac{\Delta u}{u}$ می نامیم. با توجه به اینکه $du \approx \Delta u$ ، بنابراین $du$ را خطای مطلق تقریبی و $\frac{du}{u}$ را خطای نسبی تقریبی می نامیم. علت تقریبی بودن به شرح زیر می باشد:

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (۵)$$

$$\rightarrow \ \varepsilon + y' = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (۶)$$

$$\Delta y = y'.\Delta x + \varepsilon.\Delta x \quad (۷)$$

از طرفی طبق تعریف دیفرانسیل توابع داریم:

$$dy = y'.dx \quad (۸)$$

در تعریف دیفرانسیل از عبارت $\varepsilon.\Delta x$ به دلیل کوچکی آن صرف نظر شده است. بنابراین برای محاسبه میزان خطای متغییر وابسته می توان مشتق آن را نسبت به متغییر مستقل مورد نظر یافته ودر میزان خطای متغییر مستقل ضرب نمود. معادله فوق را میتوان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{dy}{dx} = y' \quad (۹)$$

یعنی خطای نسبی متغییر وابسته نسبت به خطای متغییر مستقل مساوی مقدار مشتق متغییر وابسته نسبت به متغییر مستقل می باشد. در مورد معادله مانینگ خطای برآورد دبی نسبت به خطای برآورد ضریب زبری به شرح زیر می باشد:

$$dQ = \frac{-AR^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}}}{n^2}\ dn \quad (۱۰)$$

$$dQ = \frac{-AR^{\frac{2}{3}}s^{\frac{1}{2}}}{n}\ \frac{dn}{n} \quad (۱۱)$$

$$dQ = -Q\frac{dn}{n} \quad (۱۲)$$

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{dn}{n} \quad (۱۳)$$

یعنی خطای نسبی برآورد دبی با فرمول مانینگ مساوی قرینه خطای نسبی برآورد ضریب زبری می باشد. همانطوری که دیده می شود دبی با ضریب زبری رابطه معکوس دارند و علامت منفی در معادله اخیر نشان دهنده این واقعیت است. یعنی هرچه ضریب زبری بیشتر شود، دبی کمتر خواهد شد و برعکس.

## ۳- مطالعه موردی

رودخانه الموت از کوه های هفت خانی در ارتفاعات البرز سرچشمه می گیرد و پس از دریافت آب ۱۵ رود دیگر، به صورت یک رودخانه بزرگ و پر آب به نام الموت جریان می یابد.در جنوب صائین کلایه اند جرود نیز به آن می پیوندد و سرانجام در روستای شیرکوه با طالقان رود یکی می شود و شاهرود را تشکیل می دهد.منطقه الموت خود متشکل ازدو قسمت رودبارالموت غربی و رودبار الموت شرقی در رشته کوه های البرز، واقع در شمال شرقی یکی از بخش های شهرستان قزوین در استان قزوین، جنوب مازندران وگیلان ، باختر طالقان و خاور رودبار زیتون قرار دارد. مطالعه موردی در این تحقیق به شرح زیر می باشد: رودخانه الموت رود- ایستگاه هیدرومتری باغ کلایه – تاریخ قرائت ۹۱/۲/۱۴- اشل: 195cm

A=28.84 $m^2$
P=17.74 m

S=0.0103
N=0.034

دبی بدست آمده از طریق معادله مانینگ برابراست با:

$$Q = 119\frac{m^3}{sec}$$

جداول زیر نشان دهنده میزان خطای نسبی دبی با استفاده از معادله مانینگ و براساس تغییر مولفه های آن به میزان صفر درصد، ±2.5%، ±5% ، ± 7.5% ، ± 10 % می باشند.

**جدول۱- محاسبه خطای نسبی دبی نسبت به خطای نسبی ضریب زبری**

| خطایN | 0% | 2.5% | -2.5% | 5% | -5% | 7.5% | -7.5% | 10% | -10% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| N= | 0.034 | 0.0349 | 0.0332 | 0.036 | 0.0323 | 0.037 | 0.0315 | 0.0374 | 0.0306 |
| Q= | 119 | 116.1412 | 122.10 | 112.60 | 125.50 | 109.55 | 128.70 | 108.40 | 132.50 |
| خطایQ | 0% | -2.4% | 2.6% | -5.38% | 5.46% | -7.94% | 8.15% | -8.91% | 11.34% |
| EQ/EN | 0 | -0.96 | -1.04 | -1.08 | -1.1 | -1.06 | -1.1 | -0.89 | -1.134 |

**جدول۲- محاسبه خطای نسبی دبی نسبت به خطای نسبی سطح مقطع**

| خطایA | 0% | 2.5% | -2.5% | 5% | -5% | 7.5% | -7.5% | 10% | -10% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A= | 28.84 | 29.561 | 28.2 | 30.3 | 27.4 | 31.003 | 26.7 | 31.724 | 25.956 |
| Q= | 119 | 122.20 | 116.57 | 125.251 | 113.3 | 128.16 | 110.37 | 131.14 | 107.3 |
| خطایQ | 0% | 2.7% | -2.04% | 5.253% | -4.8% | 7.7% | -7.25% | 10.20% | -9.84% |
| EQ/EA | 0 | 1.08 | 0.816 | 1.051 | 0.96 | 1.03 | 0.97 | 1.02 | 0.984 |

**جدول۳- محاسبه خطای نسبی دبی نسبت به خطای نسبی شیب**

| خطای S | 0% | 2.5% | -2.5% | 5% | -5% | 7.5% | -7.5% | 10% | -10% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S= | 0.0103 | 0.0106 | 0.01 | 0.011 | 0.0098 | 0.0111 | 0.0095 | 0.01133 | 0.0093 |
| Q= | 119 | 120.94 | 117.5 | 123.20 | 116.30 | 123.76 | 114.50 | 125.034 | 113.30 |
| خطایQ | 0% | 1.63% | -1.30% | 3.53% | -2.30% | 4% | -3.80 | 5.1% | -4.80% |
| EQ/ES | 0 | 0.652 | 0.52 | 0.706 | 0.46 | 0.53 | 0.51 | 0.51 | 0.48 |

**جدول۴- محاسبه خطای نسبی دبی نسبت به خطای نسبی شعاع هیدرولیکی**

| خطایR | 0% | 2.5% | -2.5% | 5% | -5% | 7.5% | -7.5% | 10% | -10% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| R= | 1.626 | 1.67 | 1.6 | 1.71 | 1.545 | 1.75 | 1.5 | 1.8 | 1.46 |
| Q= | 119 | 121.4 | 117.95 | 123.32 | 115.22 | 125.25 | 112.96 | 127.634 | 110.931 |
| خطایQ | 0% | 2.02% | -0.88% | 3.63% | -3.20% | 5.252% | -5.1% | 7.255% | -6.8% |
| EQ/ER | 0 | 0.808 | 0.352 | 0.726 | 0.64 | 0.7 | 0.68 | 0.7255 | 0.68 |

## ۴- نتایج

نتایج بدست آمده نشان می دهد که معادله مانینگ بیشترین حساسیت را نسبت به ضریب زبری و کمترین حساسیت را نسبت به شیب دارد. این در حالی است که طبق مطالعات کامران یوسفی و حسین با نژاد[۲] که آنها نیز رود خانه الموترود استان قزوین و داده های ایستگاه هیدرومتری باغ کلایه را با مولفه های خطای صفر درصد، ±1%،±5% ، ± 10 % مورد بررسی قرار داده اند ،نتایج بدست آمده با این مطالعه متفاوت می باشد.در این بررسی معادله مانینگ بیشترین حساسیت را نسبت به ضریب زبری و کمترین حساسیت را نسبت به شیب دارد، در حالی که در مطالعات قبلی معادله مانینگ بیشترین حساسیت را نسبت به سطح مقطع وکمترین حساسیت را نسبت به شیب دارد.پیشنهاد می شود با توجه به نتایج بدست آمده مولفه های خطا را تغییر داده و مجددا پارامترها بررسی شوند.

## ۵- مراجع

۱. ارجمند،میلاد،نجاری،ودود،۱۳۹۷، بررسی ضریب زبری معادله مانینگ در کانالهای هیدرولیکی باز با استفاده از معادلات دیفرانسیل،کنفرانس عمران،معماری وشهرسازی کشورهای جهان اسلام.

۲. یوسفی ،کامران،بانژاد،حسین،۱۳۹۲،تحلیل حساسیت فرمول مانینگ نسبت به ضریب زبری با روش معادلات دیفرانسیل ،اولین همایش ملی چالش های منابع آب و کشاورزی.

۳. نیکوکار، مسعود، درویشی ،محمدتقی،۱۳۹۱، محاسبات عددی، انتشارات گسترش علوم پایه.

۴. محمد ولی سامانی،کامران،جمال،واعظ تهرانی،مهسا،۱۳۸۶،عدم قطعیت در برآورد دبی جریان و حساسیت آن به ضریب زبری مانینگ،مجموعه مقالات ششمین کنفرانس هیدرولیک ایران.

۵. کوچک زاده ،صلاح،یوسفی ،کامران ،۱۳۹۱،تئوری و کاربرد انتقال رسوب،انتشارات دانشگاه تهران.