

## مدل سازی ریاضی برای انتشار موج الکترومغناطیسی در بافت بیولوژیکی بر اساس تئوری دو شاره ای کوبلکا- مونک (Kubelka-Munk)

علیرضا محمدیان پورطالاری

استادیار گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، واحد صوفیان، دانشگاه آزاد اسلامی، صوفیان، ایران

[amp\\_pprc@yahoo.com](mailto:amp_pprc@yahoo.com)

ارسال: شهریور ماه ۹۹ پذیرش: مهر ماه ۹۹

### چکیده

سیستم های زنده اساساً از طریق تأثیرات متقابل الکترومغناطیسی کنترل می شوند و برهمکنش امواج الکترومغناطیسی با بافت های بیولوژیکی، اساسی ترین برهمکنش فیزیکی در بیولوژی است و انتظار می رود که بررسی این موضوع تأثیر قابل ملاحظه ای در تنظیم فرآیند حیات داشته باشد، ولی به علت ناهمگنی مولکول ها در محیط های بیولوژیکی، امکان استفاده تحلیلی از معادلات ماکسول وجود ندارد و باید از روش های تقریبی استفاده نمود.

در این مقاله، با استفاده از یک مدل پخشندگی بر اساس تئوری دو شاره ای کوبلکا- مونک، که در آن تابع فاز موج الکترومغناطیسی دارای دو قله، یکی در جهت تابش (جلوگرا) و دیگری در خلاف جهت آن (پس گرا) می باشد، انتشار امواج الکترومغناطیسی در بافت های بیولوژیکی، به صورت نظری مدل سازی ریاضی شده است. این مدل، تقریبی از معادله انتقال تابش است که بدون در نظر گرفتن بازتاب نور از سطح مرزی بافت، انتشار تابش فرودی پخش شده و همسانگرد را از میان یک محیط بیولوژیکی توضیح می دهد. نتایج نشان می دهند که با افزایش ضخامت بافت در جهت میانگین تابش فرودی، شار جلوگرا به دلیل جذب و پراکندگی محیط بیولوژیکی کاهش و شار پس گرا افزایش می یابد. با فرض همگن بودن تابع فاز در این مدل سازی، مقدار شدت پرتو در عمق نوری از سطح بافت، با ضریب تضعیف به صورت نمایی کاهش می یابد ولی شکل شعاعی آن تغییر نمی کند.

مزیت استفاده از این مدل سازی ریاضی، اینست که در آن، حل معادله انتقال تابش الکترومغناطیسی به صورت یک بعدی انجام شده و شدت پرتو در داخل بافت بر اساس قانون لامبرت در نظر گرفته شده است. همچنین ضرایب جذب و پراکندگی کاهش یافته کوبلکا- مونک به طور غیر مستقیم بدست می آیند و ضریب ناهمگنی محیط بیولوژیکی نیز به عنوان معیاری برای بررسی ناهمسانگردی پراکندگی مطالعه شده است. نتایج بدست آمده می تواند در طرح آزمایش های تجربی برای اندازه گیری خواص اپتیکی بافت های بیولوژیکی، مورد استفاده قرار بگیرد.

کلید واژه ها: تئوری کوبلکا- مونک، روش های تقریبی، بافت بیولوژیکی، تئوری انتقال تابش، امواج الکترومغناطیسی.

### ۱- مقدمه

سیستم های زنده اساساً از طریق تأثیرات متقابل الکترومغناطیسی کنترل می شوند و برهمکنش امواج الکترومغناطیسی با بافت، اساسی ترین برهمکنش فیزیکی در بیولوژی است و انتظار می رود که بررسی انتشار امواج الکترومغناطیسی و آثار بیولوژیکی آنها تأثیر قابل ملاحظه ای در تنظیم فرآیند حیات داشته باشد. در اثر برخورد امواج الکترومغناطیسی با بافت های بیولوژیکی، قسمتی از باریکه بازتاب شده و بقیه آن وارد بافت می شود. نور بازتاب شده به دو صورت آینه ای و پاشنده عمل می کند. در بازتابش آینه ای، زاویه

بازتابش مساوی با زاویه تابش نور است ولی در بازتابش پاشنده، نور بازتابش شده دارای زوایای بازتابش نامنظم می باشد. از آنجایی که سطح بافت های بیولوژیکی، مانند پوست، ناهموار است، بنابراین عملاً حالت دوم در نظر گرفته می شود. پس از وارد شدن نور درون بافت، هر دو فرآیند جذب و پراکندگی می توانند اتفاق بیافتند و میزان آنها به چگالی اپتیکی که مقدار نفوذپذیری پرتو را کنترل می کند، بستگی دارد [۱].

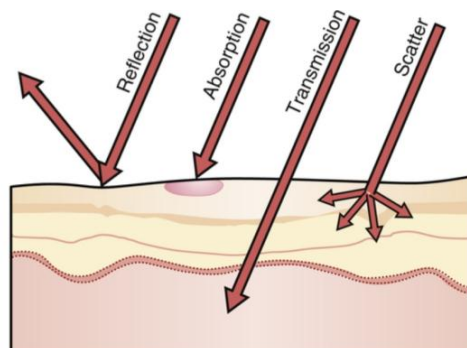
برهمکنش امواج الکترومغناطیسی با محیط های بیولوژیکی به ضخامت لایه ها و به خواص اپتیکی لایه های مختلف بافت که خود تابعی از طول موج تابش فرودی است، بستگی دارد. برای طول موج های خیلی بزرگتر از قطر سلول (بسامدهای پایین تر از  $300\text{GHz}$ )، پراکندگی از ساختار سلولی کوچکتر است. علاوه بر این، پراکندگی چندگانه در داخل بافت نیز به دلیل قابل مقایسه بودن اندازه سلول ها با طول موج تابش فرودی اتفاق می افتد [۲].

خواص بافت های بیولوژیکی در شرایط مختلف تغییر می کنند. به عبارت دیگر، در حین فرآیند برهمکنش، ضرایب جذب و پراکندگی نور ثابت نمی مانند. به طور کلی سه عامل ضریب جذب، ضریب پراکندگی و تابع فاز موج برای تعیین توزیع شدت موج الکترومغناطیسی درون بافت لازم هستند که به عنوان خواص اپتیکی بافت مطرح می باشند. بیان دقیق چگونگی جذب و پراکندگی نور توسط بافت بیولوژیکی، بر اساس نظریه امواج الکترومغناطیسی به صورت تغییرات فضایی بسیار کوچک در خواص دی الکتریک بافت بیان می شود. به طور تجربی، ضرایب جذب و پراکندگی به صورت میزان کاهش انرژی تابشی در واحد طول فوتون های درون بافت به علت عمل جذب و پراکندگی، تعریف می شوند.

معادلات تئوری انتقال تابش، امکان محاسبه توزیع انرژی امواج الکترومغناطیسی در بافت را فراهم می کنند. در این مقاله، برای سهولت در توصیف ریاضی این توزیع، تابش پرتو روی بافت را به صورت باریکه های موازی که به طور عمود بر سطح بافت می تابند، در نظر می گیریم و فرض می کنیم که مراکز پراکنده کننده و جذب کننده، به طور یکنواخت در داخل بافت قرار دارند. همچنین از تولید نور به دلیل پدیده فلورسانس در داخل بافت صرف نظر می کنیم و فاصله بین هر ذره پراکنده کننده از ذرات مجاورش را طوری در نظر می گیریم که بتوان از برهمکنش میان پراکندگی های متوالی چشمپوشی کرد. علیرغم اینکه تئوری انتقال تابش توصیف مناسبی از پرتو پراکنده شده و جذب شده را میسر می سازد، ولی حل عمومی آن امکان پذیر نیست، زیرا محاسبه توزیع پرتو بر اساس این معادلات، نیاز به ضرایب جذب و پراکندگی و تابع فاز بافت دارد. بنابراین برای حل معادله انتقال تابش در یک نمونه (بافت بیولوژیکی)، حل های تقریبی مدنظر هستند. در این مقاله، با یک مدل سازی ریاضی بر اساس تئوری دو شار ای K.M، یک حل تقریبی برای انتشار امواج الکترومغناطیسی در بافت های بیولوژیکی ارائه شده است.

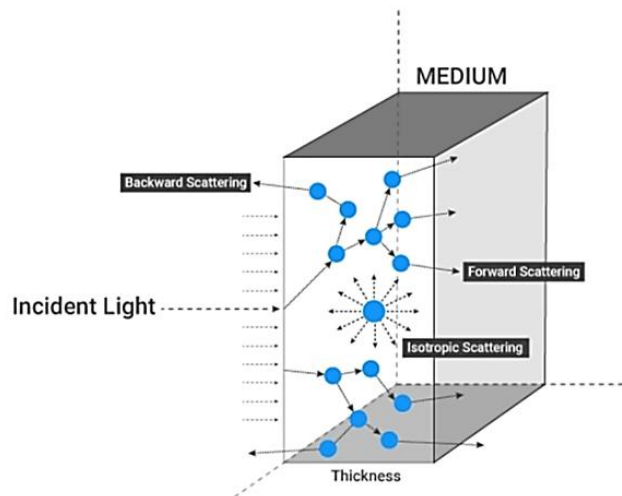
## ۲- فرآیندهای فیزیکی در برهمکنش امواج الکترومغناطیسی با بافت

چهار فرآیند اصلی در برهمکنش امواج الکترومغناطیسی با بافت در شکل (۱) نشان داده شده است:



شکل ۱- چهار فرآیند اصلی برهمکنش امواج الکترومغناطیسی با بافت

که شامل فرآیندهای بازتاب، جذب، عبور و پراکندگی می باشد. با توجه به شرایط آزمایش، مانند طول موج نور تابشی و ضخامت بافت، امکان دارد که همه این فرآیندها در لحظه بر همکنش اتفاق بیافتند، بنابراین بهتر است که مطابق شکل (۲) نور پراکنده شده، متشکل از دو قسمت یکی به طرف جلو (جلوگرا) و دیگری به طرف عقب (پس گرا) در نظر گرفته شود:

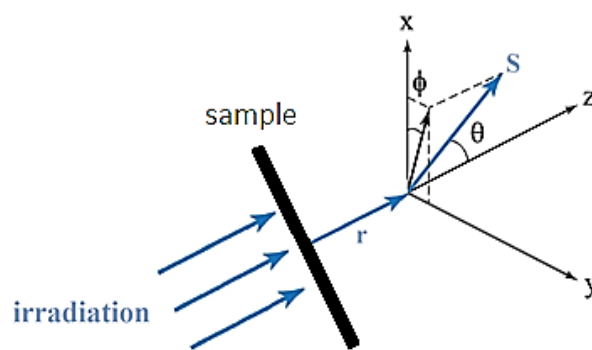


شکل ۲- ترکیب چهار فرآیند اصلی بر همکنش امواج الکترومغناطیسی درون بافت و تشکیل شارهای نوری جلوگرا و پس گرا

در این مقاله، مدل سازی یک بعدی انجام شده بر اساس تئوری دو شار ای کوبلکا- مونک (تئوری K.M)، معادل یک مدل پخشندگی است که در آن تابع فاز دارای دو قله، یکی در جهت تابش (جلوگرا) و دیگری در خلاف جهت آن (پس گرا) می باشد. شدت پرتو پراکنده جلوگرا با شدت پرتو پراکنده پس گرا برابر فرض شده اند، به عبارت دیگر اندازه قله های تابع فاز مساوی هستند. این فرض، پراکندگی همگن پرتو را در این مدل نشان می دهد.

### ۳- مدل ریاضی و تئوری دو شار ای کوبلکا- مونک

شکل زیر، هندسه تابش یک موج الکترومغناطیسی فرودی بر روی نمونه را در توزیع تابش تکفام در مکان  $r(x, y, z)$  و در جهت  $S(\theta, \varphi)$  نشان می دهد:



شکل ۳- هندسه تابش فرودی بر روی نمونه

بر این اساس، تابع توزیع تابش تکفام  $L(r, s)$  که نشاندهنده مقدار انرژی تابشی عبور کرده در واحد زمان از واحد سطح عمود بر بردار  $s$  در واحد زاویه فضایی است را می توان به صورت زیر نوشت [۱]:

$$\gamma = [A_{KM} (A_{KM} + 2S_{KM})]^{1/2} \quad (۱)$$

که در آن  $L_p(r, z)$  تابش موازی باقی مانده در مکان  $r$  و در جهت  $z$  درون بافت و  $L_s(r, s)$  تابش پراکنده شده در مکان  $r$  و در جهت بردار  $s$  درون بافت است و از روابط زیر بدست می آیند [۱]:

$$\frac{dL_p(r, z)}{dz} = -\gamma L_p(r, z) \quad (2)$$

$$\frac{dL_s(r, s)}{ds} = \vec{S} \cdot \vec{\nabla} L_s(r, s) = -\gamma L_s(r, s) + \gamma \int_{4\pi} \Phi(s, s') L_s(r, s') d\Omega + \gamma \Phi(s, z) + L_p(r, z) \quad (3)$$

در این روابط،  $\gamma$  ضریب تضعیف،  $\Phi(s, s')$  تابع فاز محیط بیولوژیکی و  $d\Omega$  المان دیفرانسیلی زاویه فضایی در جهت  $S'$  در مختصات کروی ( $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta d\phi$ ) است. معادله (۲) بیانگر تضعیف پرتو موازی  $L_p(r, z)$  به علت جذب و پراکندگی مستقیم در بافت است. اولین عبارت سمت راست معادله (۳) بیانگر کاهش شدت پرتو پراکنده شده به علت جذب و پراکندگی، دومین عبارت نشاندهنده افزایش شدت پرتو در جهت  $S$  به علت پراکندگی شدن نور از تمام جهات به این راستا بوده و سومین عبارت نیز افزایش شدت پرتو در جهت  $S$  به علت پراکندگی از راستای  $z$  به این جهت را نشان می دهد. انتگرال تابع  $L(r, s)$  نسبت به دیفرانسیل زاویه فضایی  $d\Omega$  در یک بازه معین ( $4\pi$  استرادیان)، شار تابشی را نشان می دهد:

$$F_\Omega = \int_{4\pi} L(r, s) d\Omega \quad (4)$$

شار تابشی در تئوری K.M، شامل دو شار جلوگرا ( $F_+$ ) و پس گرا ( $F_-$ ) است که به صورت زیر تعریف می شوند:

$$F_+ = \int_{2\pi, z} L(r, s) \vec{S} \cdot \vec{z} d\Omega \quad (5)$$

$$F_- = \int_{2\pi, z} L(r, s) \vec{S} \cdot (-\vec{z}) d\Omega \quad (6)$$

به این ترتیب، شار کل از جمع جبری دو شار  $F_+$  و  $F_-$  بدست می آید:

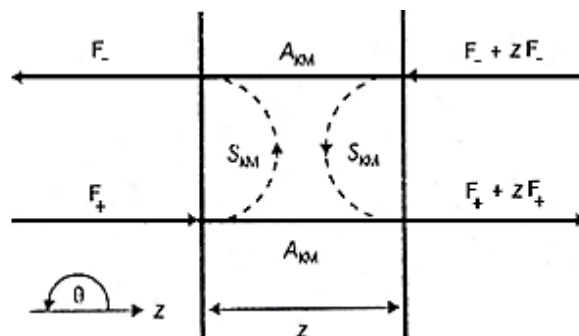
$$F = F_+ + F_- \quad (7)$$

شار فوتون های پراکنده شده جلوگرا و پس گرا از روابط دیفرانسیلی زیر بدست می آیند:

$$\frac{dF_+}{dz} = -A_{KM} F_+ + S_{KM} F_+ + S_{KM} F_- \quad (8)$$

$$\frac{dF_-}{dz} = -A_{KM} F_- - S_{KM} F_- + S_{KM} F_+ \quad (9)$$

که در آنها، ضرایب  $A_{KM}$  و  $S_{KM}$  به ترتیب ضرایب جذب و پراکندگی کوبلکا-مونک (ضرایب K.M) نامیده می شوند. در شکل (۴)، طرحواره ای از دو شار پخش (شار جلوگرا و شار پس گرا) نشان داده شده است. شار جلوگرای  $F_+$  در جهت تابش فرودی و شار پس گرای  $F_-$  در جهت مخالف می باشند [۳]:



شکل ۴- طرحواره ای از شارهای جلوگرا و پس گرا

جواب معادلات دیفرانسیل (۸) و (۹) به صورت زیر می باشند:

$$F_+(z) = c_{11} e^{-\gamma z} + c_{12} e^{+\gamma z} \quad (10)$$

$$F_-(z) = c_{21} e^{-\gamma z} + c_{22} e^{+\gamma z} \quad (11)$$

که در آنها ضرایب  $C_{11}$  و  $C_{12}$  و  $C_{21}$  و  $C_{22}$  در آیه های یک معادله دیفرانسیل ماتریسی در نظریه ترابرد هستند و استفاده از رایانه برای انجام محاسبات آنها ضروری می باشد.  $\gamma$  نیز ضریب تضعیف نامیده می شود و از رابطه زیر بدست می آید:

$$\gamma = [A_{KM}^2 + 2A_{KM}S_{KM}]^{1/2} \quad (12)$$

این روابط نشان می دهند که با افزایش ضخامت بافت در جهت  $z$  (جهت میانگین تابش فرودی)، شار جلوگرا به دلیل جذب و پراکندگی محیط بیولوژیکی، کاهش و شار پس گرا افزایش می یابد. با توجه به فرض همگن بودن تابع فاز در این مدل سازی، مقدار شدت پرتو در فاصله  $z$  از سطح بافت (عمق نوری) به دلیل پراکندگی با ضریب تضعیف  $\gamma$  به صورت نمایی کاهش می یابد ولی شکل شعاعی آن تغییر نمی کند و لذا بر اساس قانون لامبرت می توان نوشت:

$$I(r, z) = I_0(r) \exp(-\gamma z) \quad (13)$$

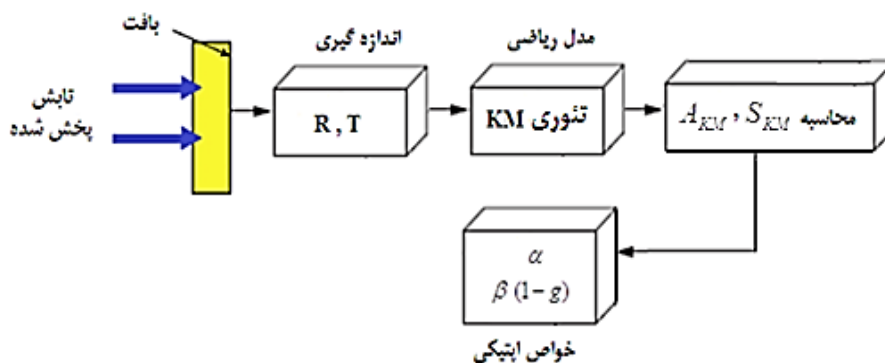
که در آن، ضریب تضعیف  $\gamma$  از مجموع ضریب جذب  $\alpha$  و ضریب پراکندگی  $\beta$  بدست می آید ( $\gamma = \alpha + \beta$ ).

#### ۴- روش های محاسبه خواص اپتیکی بافت های بیولوژیکی

روش های مختلفی برای بدست آوردن خواص اپتیکی بافت های بیولوژیکی وجود دارند که بر اساس کمیت هایی مانند شدت های تراگسیلی، بازتاب و پراکندگی استوار هستند. این روش ها به طور کلی به دو دسته روش های مستقیم و غیر مستقیم تقسیم بندی می شوند [۴]. در روش های مستقیم، ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  بدون در نظر گرفتن مدل ریاضی برای خواص اپتیکی بافت و فقط با استفاده از طرح آزمایش های تجربی اندازه گیری می شوند. به عنوان مثال، با قرار دادن نمونه بافت بین اسلایدهای شیشه ای و تاباندن یک موج الکترومغناطیسی روی لایه بافت-شیشه-هوا، پرتو موازی در فصل مشترک های هوا-اسلاید، اسلاید-بافت و اسلاید-هوا انعکاس می یابد و ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  به طور تجربی بدست می آیند. آرایش دو کره جمع کننده نیز، به عنوان یک روش تجربی بی رقیب برای اندازه گیری ضریب جذب به شمار می آید [۵].

ولی در روش های غیر مستقیم، از یک مدل نظری که بیانگر چگونگی پراکندگی موج الکترومغناطیسی در بافت است، استفاده می شود و به کمک این مدل ریاضی، خواص اپتیکی بافت بیولوژیکی محاسبه می شود. مشکل اصلی این روش ها، برقراری ارتباط ریاضی بین خواص اپتیکی و پارامترهای وابسته ای که ناشی از ضرایب شکست محیط های بیولوژیکی مختلف و پراکندگی های ناهمگن و بافت های چندلایه با مقادیر متفاوت خواص اپتیکی ایجاد می شوند، می باشد. در این مقاله، با فرض های پایه ای، فرآیند برهمکنش امواج الکترومغناطیسی با بافت های بیولوژیکی، ساده سازی شده است و مدل قابل درکی از یک روش غیر مستقیم برای محاسبه خواص اپتیکی بافت های بیولوژیکی ارائه گردیده است.

شکل زیر، طرحواره ای از محاسبه خواص اپتیکی  $\alpha$  و  $\beta$  را بر اساس تئوری دو شاره ای K.M نشان می دهد که در آن، ابتدا با اندازه گیری تجربی کمیت های اپتیکی پرتوهای بازتاب و انتقال، مقادیر  $R$  و  $T$  بدست می آیند، سپس به کمک مدل ریاضی، خواص اپتیکی بافت بیولوژیکی محاسبه می شود:



شکل ۵- طرحواره ای از محاسبه خواص اپتیکی بافت در روش غیر مستقیم

چون فوتون های جذب شده توسط بافت را نمی توان آشکارسازی کرد، بنابراین اندازه گیری ضریب جذب  $\alpha$  بر اساس روش های تجربی با دشواری زیادی انجام پذیر است [۱]. مزیت استفاده از این مدل سازی ریاضی، اینست که در آن ضریب جذب  $\alpha$  و ضریب پراکندگی کاهش یافته  $\beta(1-g)$  به طور غیر مستقیم بدست می آیند که در آن  $g$  ضریب ناهمگنی محیط بیولوژیکی است و معیاری برای ناهمسانگردی پراکندگی می باشد. اگر  $g = 1$  باشد، پراکندگی کاملاً رو به جلو اتفاق می افتد و برای  $g = -1$  پراکندگی کاملاً رو به عقب رخ می دهد. اگر  $g = 0$  باشد، پراکندگی همسانگرد صورت می پذیرد. محدوده  $g$  برای اغلب بافت های بیولوژیکی بین ۰/۷ تا ۰/۹۹ می باشد.

## ۵- بحث و نتیجه گیری

نتایج تجربی بدست آمده از اندازه گیری پرتوهای پخش شده که از میان بافت های بیولوژیکی در محیط های ناهمگن سلولی با ضخامت های مختلف، نشان می دهند که نمودار لگاریتم طبیعی انتقال پخش شده بر حسب ضخامت بافت ( $d$ ) به شکل یک خط راست با شیب منفی است و آنرا می توان به صورت تقریبی زیر بیان کرد [۱]:

$$\ln T \approx -[A_{KM}(A_{KM} + 2S_{KM})]^{1/2} d \quad (14)$$

با در دست داشتن شیب این خط، یعنی کمیت  $[A_{KM}(A_{KM} + 2S_{KM})]^{1/2}$  می توان مقدار ضریب جذب  $\alpha$  را با در نظر گرفتن اثر ضخامت بافت به صورت زیر بدست آورد:

$$\alpha = -(1-g)\frac{\gamma}{2g} + \left\{ \left[ (1-g)\frac{\gamma}{2g} \right]^2 + \frac{A_{KM}(A_{KM} + 2S_{KM})}{g} \right\}^{1/2} \quad (15)$$

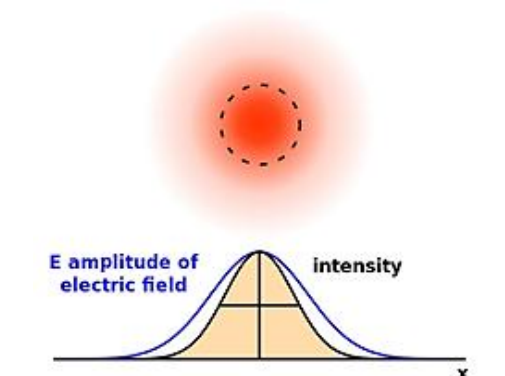
بر اساس مدل ارائه شده، برای پراکندگی کاملاً رو به جلو ( $g = 1$ ) می توان نوشت:

$$\gamma = [A_{KM}(A_{KM} + 2S_{KM})]^{1/2} \quad (16)$$

با جایگذاری رابطه (۱۶) در رابطه (۱۳) برای شدت موج الکترومغناطیسی داریم:

$$I(r, z) = I_0(r) \exp \left\{ -z [A_{KM}(A_{KM} + 2S_{KM})]^{1/2} \right\} \quad (17)$$

چون شرط لازم برای استفاده از تئوری دو شاره ای K.M اینست که موج الکترومغناطیسی به شکل یک پرتو پخش شده و پهن باشد، بنابراین تابش را به صورت یک منحنی گاوسی در نظر می گیریم که در آن حداکثر شدت تابشی در مرکز آن است و کم کم در اطراف از میزان آن کاسته می شود:



شکل ۶- افت شدت در تابش الکترومغناطیسی به صورت گاوسی

منحنی گاوسی را می توان به صورت زیر نشان داد:

$$I_0(r) = I_0 \exp \left( \frac{-2r^2}{W^2} \right) \quad (18)$$

که در آن  $W$  شعاع اندازه لکه و  $r$  فاصله شعاعی است.

اگر موج الکترومغناطیسی به شکل یک موج گاوسی با شدت  $I(r, z)$  به سطح بافت بیولوژیکی برخورد کند، در اینصورت شدت پرتو در عمق  $z$  داخل بافت به صورت زیر خواهد بود:

$$I(r, z) = I_0 \exp\left(\frac{-2r^2}{W^2}\right) \exp\left\{-z[A_{KM}(A_{KM} + 2S_{KM})]^{1/2}\right\} \quad (19)$$

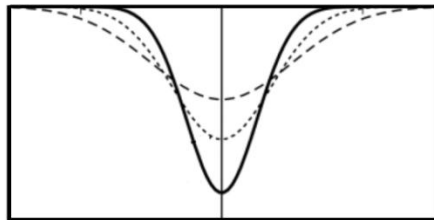
این رابطه شدت موج الکترومغناطیسی انتشار یافته درون بافت بیولوژیکی را در مدل ریاضی ارائه شده بر حسب ضرایب K.M نشان می دهد.

## ۶- نتایج

نتایج نشان می دهند که در فرآیند برهمکنش امواج الکترومغناطیسی با بافت های بیولوژیکی هر دو عامل جذب و پراکندگی دخیل می باشند، ولی چون نقش پراکندگی در مقایسه با جذب، بسیار ناچیز است، بنابراین اغلب  $\beta = 0$  در نظر گرفته می شود. از روابط (۱۳) و (۱۸) داریم:

$$I(r, z) = I_0 \exp\left(\frac{-2r^2}{W^2}\right) \exp(-\alpha z) \quad (20)$$

این رابطه نشان می دهد که قطر پرتو با عبور از بافت بیولوژیکی بزرگتر شده و شکل توزیع شدت پرتو در داخل بافت تغییر می کند:



شکل ۷- پهن شدگی تابش الکترومغناطیسی در داخل بافت پس از برهمکنش

مزیت مدل سازی انجام شده در این مقاله بر اساس تئوری دو شاره ای K.M، اینست که می توان ضرایب جذب و پراکندگی  $\alpha$  و  $\beta$  را به طور مستقیم از طریق ضرایب بازتاب و انتقال  $R$  و  $T$  (اندازه گیری شده به روش های تجربی)، بدست آورد:

$$A_{KM} = (p-1)S_{KM} \quad (21)$$

$$S_{KM} = \frac{1}{pz} \ln\left[\frac{1-R(p+q)}{T}\right] \quad (22)$$

که در آنها ضرایب  $p$  و  $q$  عبارتند از:

$$p = \frac{1+R^2-T^2}{R} \quad (23)$$

$$q = (p^2-1)^{1/2} \quad (24)$$

نتایج نهایی محاسبات در مدل ریاضی ارائه شده، روابط زیر را بین خواص اپتیکی بافت بیولوژیکی و ضرایب K.M بدست می دهد:

$$\alpha = \frac{1}{2}A_{KM} = \left[\frac{1-R+R^2-T^2}{2R}\right]S_{KM} \quad (25)$$

$$\beta = \frac{4R}{3z(1-g)(1+R^2-T^2)} \ln\left\{\frac{T^2-R^2}{T} - \left[\frac{1+R^2(1+R^2)}{T^2} + 2(1+R^2)-T^2\right]^{1/2}\right\} + \frac{1}{6(1-g)}A_{KM} = \left[\frac{1+7R+R^2-T^2}{6(1-g)R}\right]S_{KM} \quad (26)$$

تنها ضعف این مدل، اینست که چون تئوری K.M برای مختصات هندسی تخت مورد استفاده قرار می گیرد، بنابراین مدل سازی انجام گرفته یک بعدی می باشد و در آن توزیع زاویه ای شدت پرتو  $I(\cos\theta)$  غیر قابل پیش بینی است و لذا برای مقادیر مختلف ضرایب جذب و پراکندگی  $\alpha$  و  $\beta$  نمی توان مقدار  $A_{KM}$  را بر حسب این ضرایب توضیح داد.

## ۷- پیشنهادات

تئوری K.M تقریبی از معادله انتقال تابش است که بدون در نظر گرفتن انعکاس نور از سطح مرزی بافت، انتشار تابش فرودی پخش شده و همسانگرد را از میان یک محیط همگن به ضخامت  $d$  در راستای محور  $z$  توضیح می دهد. به این ترتیب، معادله انتقال تابش یک بعدی حل شده است. همچنین شدت پرتو در داخل بافت بر اساس قانون لامبرت در نظر گرفته شد. دانشجویان عزیز و محققان محترم می توانند با استفاده از تئوری های تقریبی دیگری مانند تئوری پهن شدگی باریکه (Beam Broadening Theory)، مقدار واریانس  $W^2$  را به صورت تابعی از  $z$  در نظر گرفته و تغییرات شکل توزیع شعاعی موج الکترومغناطیسی را لحاظ نمایند. همچنین شدت پرتو در داخل بافت بر اساس قانون بیر (Beer's Law) که در آن علاوه بر ضریب جذب  $\alpha$ ، پارامترهای داخلی بافت مانند غلظت محیط را نیز در محاسبات وارد نمایند.

علاوه بر اندازه گیری های تجربی و مدل سازی های ریاضی، می توان از روش های شبیه سازی، مانند روش شبیه سازی مونت کارلو (Monte Carlo Simulations) که یک روش شبیه سازی رایانه ای مبتنی بر حل آماری می باشد، استفاده نمود و برای تعداد  $N$  فوتون نور با هر تعداد داخواه مسیر اتفاقی، انتشار موج الکترومغناطیسی در بافت را بررسی نمود. در محاسبات و مدل سازی ریاضی انجام شده، از آثار گرمایی ناشی از برهمکنش موج الکترومغناطیسی با بافت بیولوژیکی صرف نظر شده است. این آثار بسته به زمان تابش و بیشینه دمای بافت، می توانند باعث تغییرات خواص فیزیکی و شیمیایی بافت گردند و آسیب هایی از جمله آثار انعقادی، ذوب، تبخیر و کربنی شدن پدید آورند. توزیع گرما در بافت و حل معادلات انتقال حرارت درون بافت های بیولوژیکی، موضوع بسیار جذاب و کاربردی در بیولوژی می باشد که به امید الهی در تحقیقات و مقالات دیگر ارائه خواهند شد.

## ۸- مراجع و منابع

۱. عترتی خسروشاهی، سید محمد، لیزر و کاربردهای آن در پزشکی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۹۰.
2. Boulnois, J. L., Photophysical processes in recent medical laser developments; a review, Lasers Med.Sci. 1986 ; (1):47-66.
3. Kuubelka, P., Munk, F., Ein Beitrag zur Optik der Farbanstriche, Z. Techn. Phys 1931;(12):593-601.
4. Kuubelka, P., New contributions to the optics of intensely light-scattering materials, J. Opt. Soc. Am 1948 ; (38):448-457.
5. Pickering, J. W., Moes, C.J., Sterenborg, H. J. C. M., Prahl, S. A., Van Gemert, M. J. C., Two integrating spheres with an intervening scattering sample. J. Opt. Soc. Am 1992;A(9):621-631.



# Mathematical Modeling for the Propagation of Electromagnetic Waves in Biological Tissues Based on Kubelka-Munk Theory

**Alireza Mohammadian Pourtalari**

Department of Physics, Sofian Branch, Islamic Azad University, East Azarbaijan, Iran

## Abstract

Due to the heterogeneity of the molecules in the biological hull environment, it is not possible to apply Maxwell's equations analytically, so approximate methods and radiation transfer theory should be used. In this paper, an approximate solution for the propagation of electromagnetic waves in biological tissues has been presented by a mathematical modeling based on Kubelka-Munk theory, which is one of the most commonly used methods to test the optical properties of biological tissues in medical physics and also the physical and optical properties of electromagnetic waves have been studied by calculating the absorption and scattering coefficients of light in the tissue.

**Keywords:** Kubelka-Munk Theory, Approximate Methods, Biological Tissue, Radiation Transfer Theory, Electromagnetic Waves